

樂透模擬軟體開發及應用

¹ 蔡桂宏 ² 謝亞辰 ³ 林以修

¹ Gwei-Hung Tsai ² Ya-Chen Hsieh ³ Yi-Shiou Lin

¹²³ 銘傳大學應用統計資訊學系

¹²³ Department of Applied Statistics and Information Science,

Ming Chuan University

摘要

樂透公益彩券也被人稱之為六合彩，以 42 取 6 為例，在一組總數 42 個數字中由參與者或者電腦事先挑選出 6 個數字，再由無法控制結果的機器中事後隨機抽取出 6 個號碼來，比對前後所挑選出相同數字的個數。此模型的機率型態是完全可以統計學理超幾何分配的機率模型來解釋的。本研究使用 Visual Basic 軟體以程式模擬的方式來呈現此隨機過程，並利用統計學超幾何分配的學理及觀念來比較對各種球數的次數分配及機率，以讓一般民眾或者是學習者能更加了解樂透的機率模型。

關鍵詞：樂透、模擬、超幾何分配、次數分配。

1. 研究動機與問題：

樂透是一種使用電腦連線接受投注的樂透型機率遊戲，諸如”樂透研究院網站”，投注者任意選出 6 個不重覆且可不連續的號碼做為投注號碼。於公益彩券隨機開出六個號碼及一個特別號。若投注者所選之六個號碼中，有三個以上(含三個)號碼與開出之六個號碼相同，即為中獎，並可依法領取獎金。

「樂透」在現實社會的案例屢見不鮮，而樂透之英譯最原始的解釋是為「命運」，我們都曉得樂透要中獎靠得是機率，當然也要有相當的運氣，正因如此本計畫要做得就是探索其中的奧妙。就科學角度而言樂透中獎機率是個死寂的數字，與其說是探討樂透中獎機率，不如說是研究模型的機率型態如何以統計學理超幾何分配所詮釋，這統計學的學理及觀念才是值得我們去探討的。

統計學中的「模擬」將會是我們探討此次研究計畫的得力助手，許多的假設會利用模擬的方法來與實際的情況相互比較，其結果可當作是預測未來的參考資料。

以硬幣來舉例，擲幣出現正、反面的機率問題，我們透過實際操作來找出結果，擲一百次或者是一千次，甚至繼續實驗下去，會得到正、反面的機率是相同而且亦是獨立的，但是要實際的擲上一百次或一千次，這是一件既費時又費力的動作。所以此事件的機率，可利用統計方法多次試驗而得到結果，再整理出來其結論，因此以『模擬』方法來執行，必定能節省許多的人力和時間。

在我們的研究計畫中，我們將參考了吳明哲等人(民 97 年)所著的” Visual Basic 2008 學習範本” 以及微軟工具開發參考庫等運用 Visual Basic 套裝軟體來撰寫程式，並以模擬的方式來呈現此隨機過程，且利用超幾何分配、次數分配的觀念來解釋樂透中獎機率(中幾顆球)的模型。並參考黃文璋(民 92 年)與鍾明宏(民 97 年)所建議的隨機數檢測的方式加以測試與探討本模擬結果。統計機率在數學中，是極為實用的一種科學，應用於各科學領域中的分析實證、推測未來發生的可能性等。當然此次樂透研究計畫與統計學有著密不可分的關係，這就是我們所要探索的重點之一。

在我們的研究中，我們需要使用的模擬方法，我們將參考 Reuven & Benjamin (1998)等參考書籍，進行模擬程序。

1.1 超幾何分配(HyperGeometric Distribution)：

樂透模型即是統計模型中的超幾何分配模型，其特徵描述如下：在有限母體內有 N 個個體中，分為兩大類，其中一類具有所訂定的性質共有 A 個，另一類則為不具有所訂定性質者共 N-A 個，以不投返方式隨機抽取 n 個個體。若隨機變數 X 表示一起幾何實驗中，我們有興趣的個體所抽到的具有所訂定性質的個數為 X，則 X 的機率分配為超幾何分配記為 $X \sim H(N, n, A)$ 。

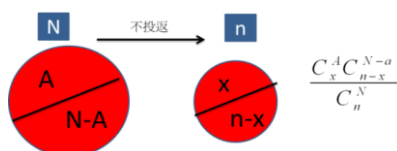


圖1 超幾何分配的示意圖

超幾何分配機率函數：
$$P(X) = \frac{\binom{A}{x} \binom{N-A}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad P(X): \text{給定 } n, N \text{ 及 } A \text{ 後 } X \text{ 的成功機率}$$

n: 樣本大小 N: 母體大小

A: 母體內成功的個數

X: 樣本內成功的個數($X = 0, 1, 2, \dots, n$)

根據以上的超幾何分配，我們得到 $N=42, A=6, n=6$ 。本次的模擬暫時不考慮特別號的問題，因此我們可以得到以下的樂透對中球數的理論機率表：

表1 42取6樂透對中球數及機率表

42 取 6 樂透	對中號碼數	組合數	機率
0	全部未中	1947792	37.130603%
1	中了 1 球	2261952	43.119411%
2	中了 2 球	883575	16.843520%
3	中了 3 球	142800	2.722185%
4	中了 4 球	9450	0.180145%
5	中了 5 球	216	0.004118%
6	中了 6 球	1	0.000019%
所有組合數		5245786	

2. 研究方法與程式碼模組：

本次的研究我們利用 Visual Basic 來撰寫程式，首先要製作出一個開獎機和供讓人選號的選號板、六個鍵"啟動選號"、"開始搖球"、"抽出球來"、"比對結果"、"模擬統計"、"離開"；一開始打開面板時只有"啟動選號"和"離開"可按，其他則被鎖起來。

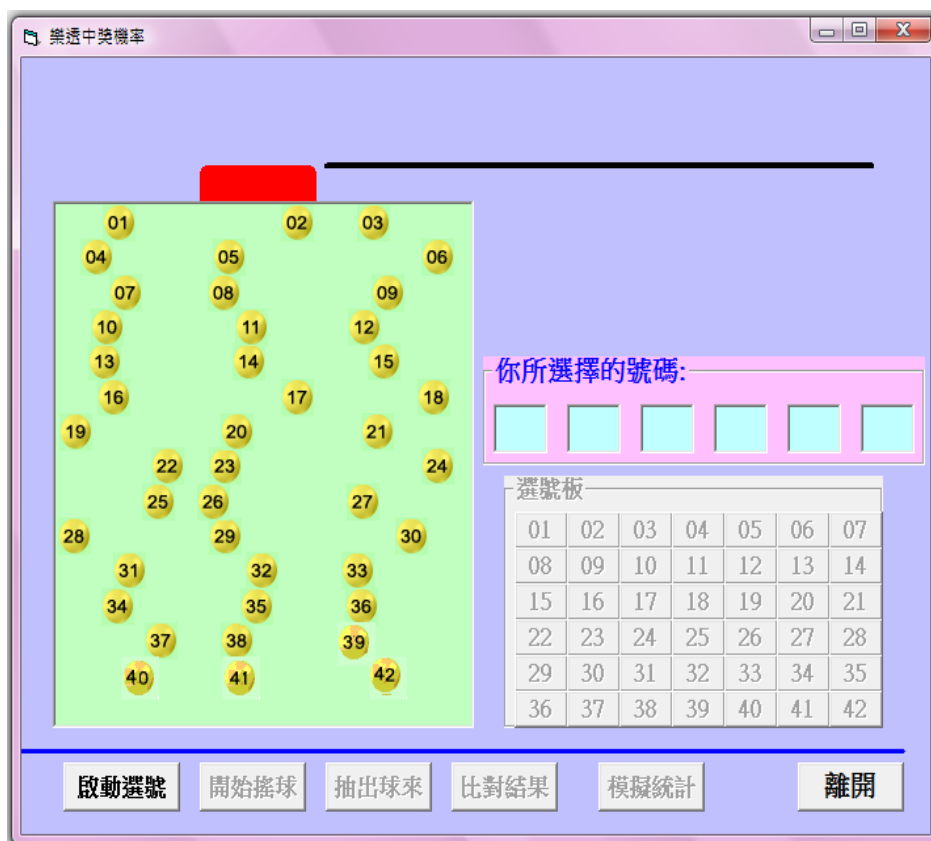


圖 2 主視窗畫面圖

在使用者按下"啟動選號"後會出現選號板供使用者選號，而在選取某一個號碼時我們會將該號碼鎖定以避免此號碼被再次選取，選完六個號碼之後會跳出確定視窗並將選號排序；按下"開始搖球"，開獎機裡的球便會照所設計的隨意亂動；這時按下"抽出球來"，開獎機便會由上方紅色出口隨機選出六個號碼並將之排序；然後按下"比對結果"由抽中號碼去跟使用者所選的號碼一一比對，就會顯示有無中獎。

如果想進行模擬測試，則按下"模擬統計"就會跑出測試次數視窗及次數統計表單，由使用者輸入想進行測試的次數，預設為一千次，即能立刻算出中獎的機率；次數統計表單有三個鍵"再次模擬"、"返回主表"、"結束程式"，如果想在模擬一次就按下"再次模擬"鍵，就會再跳出測試次數視窗了，如果想在選一次號碼做測試，則可按"返回主表"及回到主面板，若按下"結束程式"則程式就會自動關閉。其中取多程式的運用方法我們參考 MSDN 網站，模擬樂透機的隨機產生。整個完成的程式流程圖如下頁所示：

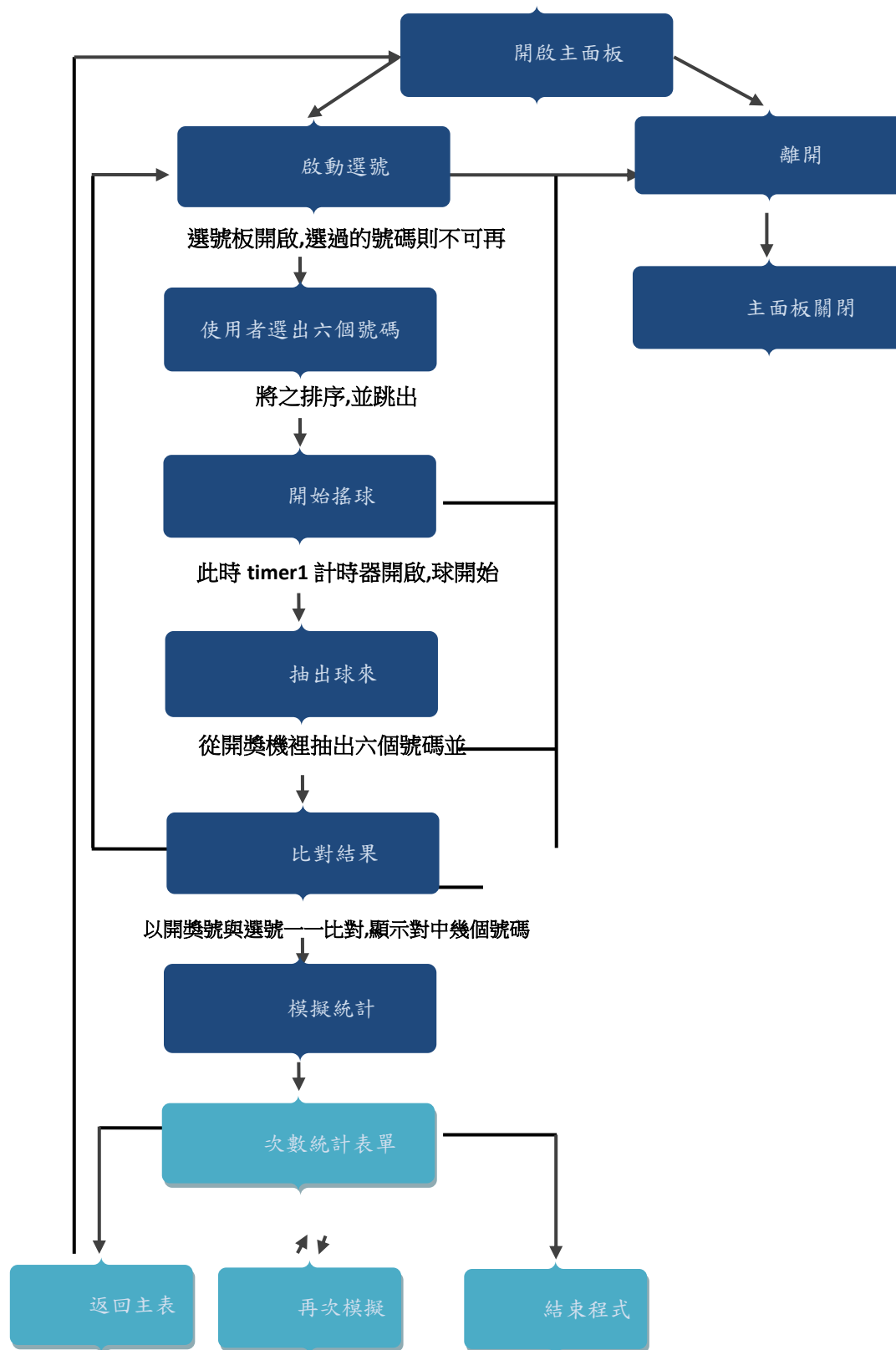


圖 3 程序進行的流程圖

使用者輸入想要模擬的次數後，按下確認鍵，經過程式模擬後會出現模擬比對的結果。以下是我們模擬 1,000,000 次的一次結果畫面。



圖 4 模擬 1000000 次的結果畫面

3. 結論：

我們可由超幾何分配了解樂透中 0 個號碼機率為 37.1306% 而中 1 個號碼機率為 43.1194% 以此類推，運用超幾何分配可曉得中樂透的機率；讓我們回顧模組中的模擬統計按鈕，此設計在於可模擬出數次樂透選號，經由模擬 1000000 次後(流程圖內的表單)，當模擬次數越多則其機率越接近超幾何分配所算出之數值。

透過表 2 說明某次檢定的結果。如下表所示卡方檢定臨界值為 $\chi^2_{0.05}$ 為 11.070498 大於本次模擬所計算的卡方檢定統計值 9.253051 可得結論「此次研究的卡方值 χ^2 是落入接受的區域」，代表此次模擬的結果是與我們所預期的是相符可被接受的。本研究經過多次的驗證結果絕大多數都與預期相符，證實本研究所開發的軟體是符合所預期，而可以信賴的。

表 2 模擬 1000000 次以卡方檢定結果的試算表

	中0號碼	中1號碼	中2號碼	中3號碼	中4號碼	中5個加上中6個的號碼	Total
觀察值(o)	371404	430881	168505	27249	1924	37	
期望值(e)	371306	431194.1	168435.2	27221.9	1801.4	41.4	
dff ²	9604	98031.61	4872.04	734.41	15030.76	17.5	
dff ² / e	0.025865	0.22734915	0.0289253	0.0269786	8.3439325	0.6	9.253051
	9.253051	<	11.070498				

4. 參考文獻：

- [1] 吳明哲、何嘉益、張志成、周家旬、黃鳳梅，Visual Basic 2008學習範本。台北：松崗，民國97年。
- [2] 黃文璋，樂透彩開出號碼隨機性檢定，台北：華泰，民國 92 年，隨機思考論，頁 287-299。
- [3] 鍾明宏，樂透彩開出號碼隨機性檢定與探討，國立新竹教育大學，碩士論文，民國97年6月。
- [4] Reuven Y. Rubinstein & Benjamin Melamed, “*Modern Simulation and Modeling*“, Wiley Inter-science, (1998)。

網站參考：

- [1] 樂透研究院: <http://lotto.arclink.com.tw/>
- [2] MSDN微軟工具開發參考庫-VB使用者入門：
<http://msdn.microsoft.com/zh-tw/library/8hb2a397.aspx>。